

Mathematik Ohne Grenzen



Probewettbewerb 2022/23

Mathématiques
SANS
Frontières

- ✓ Für jede Aufgabe, auch für eine nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- ✓ Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden berücksichtigt.
- ✓ Die Sorgfalt der Darstellung sowie Qualität und Präzision der Begründungen werden mit bewertet.

Aufgabe 1 7 Punkte FAHRRADSCHLOSS

Verfasst in einer der vier Fremdsprachen einen Lösungstext mit mindestens 30 Wörtern.

Amandine veut utiliser le vélo que son ami lui a prêté.

Malheureusement, elle a oublié le code de trois chiffres de l'antivol. Avec patience, elle procède méthodiquement par essais successifs pour retrouver cette combinaison. Chaque essai lui demande environ deux secondes.

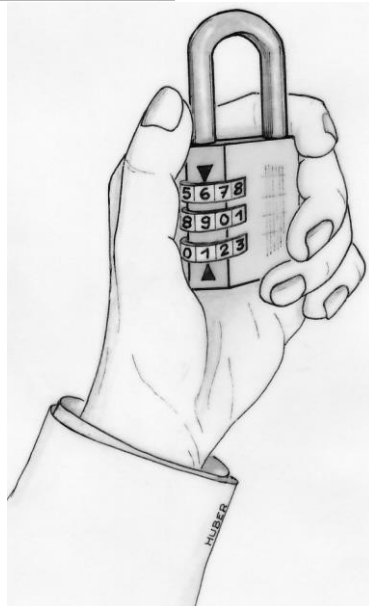
Amandine pense qu'elle a peu de chance de trouver la bonne combinaison en moins de trente minutes.

**Êtes-vous d'accord avec elle ?
Justifiez votre réponse.**

Amandine quiere usar la bicicleta que le ha prestado su amigo. Por desgracia no se acuerda del código de tres cifras del candado antirrobo.

Con mucha paciencia, va ensayando paso a paso las posibilidades para recuperar la combinación. Cada prueba le lleva aproximadamente dos segundos. Amandine piensa que tiene pocas posibilidades de encontrar la combinación correcta en menos de 30 minutos.

**¿Está de acuerdo con ella?
Justifique la respuesta.**



Amandine wants to use the bike her friend has lent her.

Unfortunately, she has forgotten the anti-theft code which has three numbers.

Patiently and methodically, she tries to find the combination again.

Each attempt takes her about two seconds.

Amandine thinks she has little chance to find the correct combination in less than thirty minutes.

**Do you agree with her?
Explain.**

Amandine desidera usare la bicicletta prestatale da un suo amico.

Sfortunatamente ha dimenticato il codice di tre cifre dell'antifurto.

Procede pazientemente e metodicamente con tentativi successivi per recuperare la combinazione. Per ogni tentativo impiega circa 2 secondi.

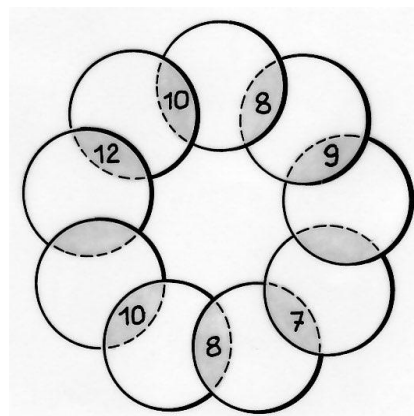
Amandine ritiene di avere poca possibilità d'individuare in meno di trenta minuti la combinazione corretta.

**Siete d'accordo con lei?
Motive la vostra risposta.**

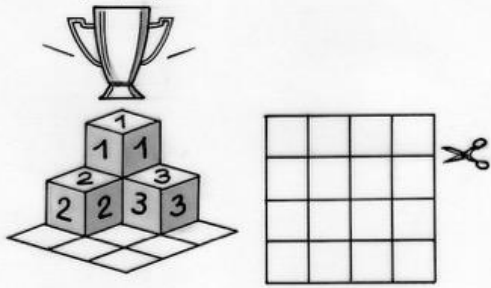
Aufgabe 2 5 Punkte STEINKREIS

Neun Spielsteine in Form von flachen Scheiben sind mit den Zahlen 1 bis 9 nummeriert. Die Rückseiten der Spielsteine sind nicht zu unterscheiden. Die Spielsteine wurden mit der Beschriftung nach unten kreisförmig überlappend angeordnet (siehe Abbildung). Die grauen Felder zeigen an, wo zwei Spielsteine übereinanderliegen. Die Zahl in einem grauen Feld ist die Summen der Zahlen auf den beiden Spielsteinen, die dort übereinanderliegen

Schreibt auf jeden Spielstein in der Abbildung seine Nummer.



Aufgabe 3 7 Punkte
PODEST AUS PAPIER

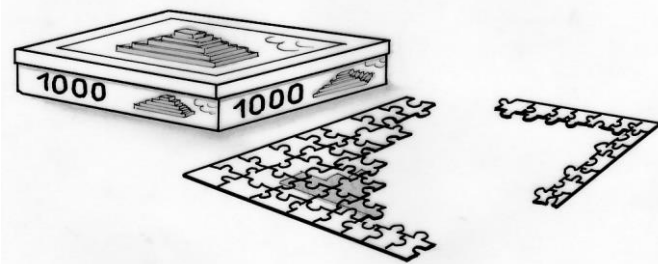


Alexander bastelt gerne dreidimensionale Modelle aus Papier. Das Podest in der Abbildung hat er aus einem quadratischen Blatt gefaltet, das in 16 gleich große Quadrate unterteilt ist (siehe Abbildung). Er hat das Blatt entlang von acht Quadratseiten so eingeschnitten, dass es noch zusammenhält.

Zeichnet auf euer Antwortblatt das Gitter mit 16 Quadraten und tragt die Zahlen so ein, dass sie richtig orientiert sind, wenn man das Gitter zum Podest auffaltet. Markiert farbig, wo man einschneiden muss, um das Modell herzustellen.

Stellt dann selbst aus einem Gitter mit 16 Quadraten ein Modell des Podests her und gebt es eurem Mathelehrer/ eurer Mathelehrerin.

Aufgabe 5 7 Punkte
QUASI 1000



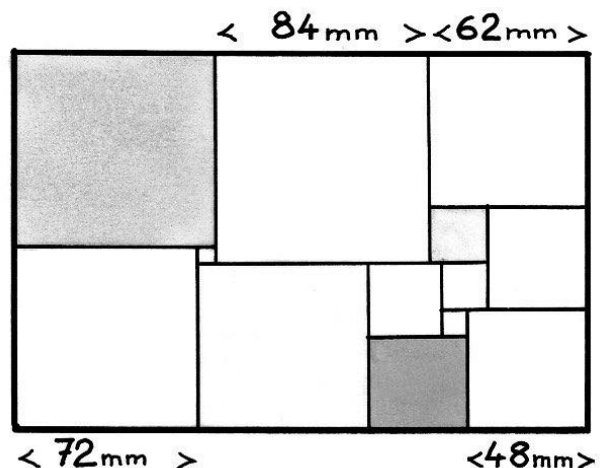
Mélo die beginnt ein Puzzle legen. Auf der Schachtel ist das Motiv abgebildet mit der Aufschrift „1000 Teile“. Wenn das Puzzle fertig ist, bilden seine Teile eine Art rechteckiges Gitter. Mélo die will mit den Randstücken beginnen und sucht sie heraus. Sie zählt sie und kommt, mit den vier Ecken, auf genau 124 Teile. Beim Aneinanderlegen wird Mélo die plötzlich klar, dass dieses Puzzle unmöglich genau 1000 Teile haben kann.

Aus wie vielen Teilen besteht das Puzzle mindestens, wenn es mehr als 1000 Teile hat? Wie viele Teile hat der Rand in der Länge und der Breite? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 6 5 Punkte
QUADRATMILLIMETER

Die abgebildete Figur ist ein Rechteck, das aus 13 Quadraten zusammengesetzt ist. Die Seitenlängen aller Quadrate sind, in Millimetern angegeben, ganze Zahlen. Die Seitenlängen von vier Quadraten könnt ihr der Abbildung entnehmen.

Bestimmt die Seitenlängen aller Quadrate und erklärt, wie ihr vorgegangen seid. Zeichnet die Figur in Originalgröße auf euer Antwortblatt.



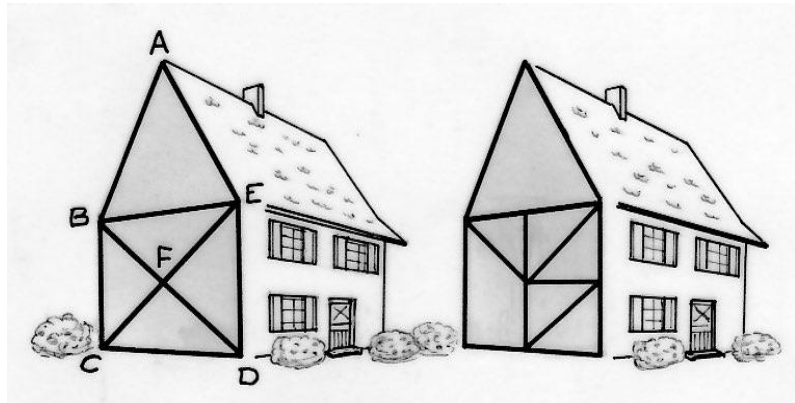
Aufgabe 4 5 Punkte
DAS HAUS VOM NIKOLAUS

Sabine möchte alle schwarz markierten Strecken im linken Haus nachzeichnen, ohne den Stift abzusetzen und ohne eine Strecke zweimal nachzuzeichnen. Sie zählt die Strecken, die von jedem Punkt ausgehen, und versteht, dass es nur zwei Punkte gibt, an denen ihre Zeichnung beginnen oder enden kann.

An welchen Punkten kann die Zeichnung im linken Haus beginnen? Und warum?

An welchen Punkten kann eine solche Zeichnung im rechten Haus beginnen?

Zeichnet im rechten Haus alle schwarz markierten Strecken nach, ohne den Stift abzusetzen und ohne eine Strecke zweimal zu zeichnen. Gebt an, in welcher Reihenfolge ihr die Strecken gezeichnet habt.



Aufgabe 7 7 Punkte
2023



Gesucht sind Paare natürlicher Zahlen a und b mit $a > b$ und folgender Eigenschaft:

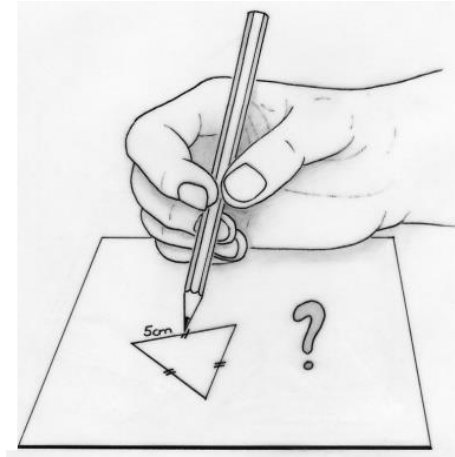
Addiert man die Summe, das Produkt und die Differenz dieser Zahlen, so erhält man 2023.

Findet alle möglichen Zahlenpaare und erklärt euren Lösungsweg.

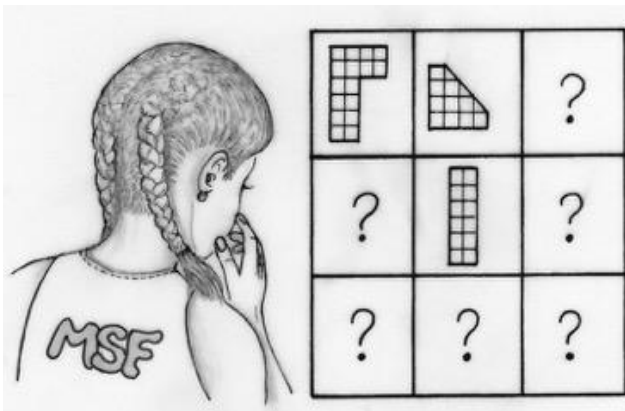
Aufgabe 8 5 Punkte
VIER SEITEN

Die Seitenflächen eines Tetraeders sind zwei gleichseitige Dreiecke der Seitenlänge 5 cm und zwei rechtwinklige Dreiecke.

Zeichnet ein Netz dieses Tetraeders auf das Antwortblatt.



Aufgabe 9 7 Punkte
MAGISCHES PUZZLE



Lucie findet auf dem Speicher ein altes Spiel. Ursprünglich bestand es aus neun Teilen. Jedes Teil hatte seinen Platz in der Schachtel. Leider sind jetzt nur noch drei Teile übrig.

Lucies Mutter erinnert sich: „Das war ein ganz besonderes Spiel. Aus den drei Teilen in jeder Zeile, jeder Spalte und jeder Diagonalen konnte man ein Quadrat legen. Diese Quadrate hatten alle dieselbe Seitenlänge. Dabei durfte man die Teile drehen und wenden.“

Lucie beschließt, die fehlenden Teile selbst herzustellen.

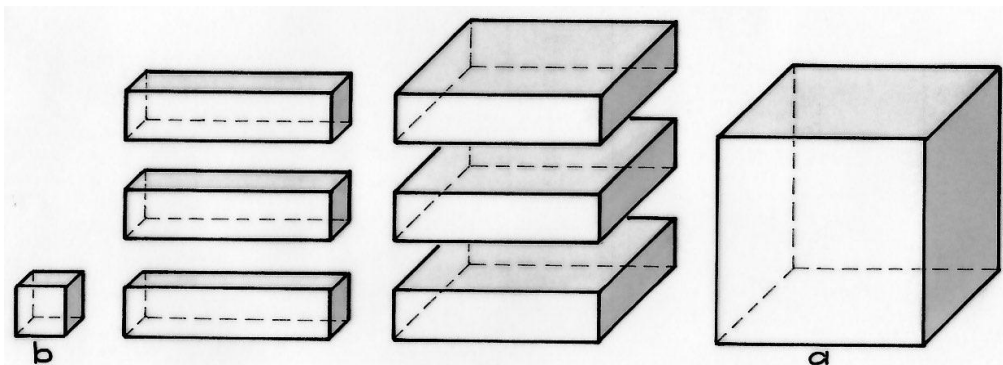
Bestimmt die Form der sechs fehlenden Teile.

Zeichnet die Schachtel mit den ergänzten Teilen auf das Antwortblatt.

Aufgabe 10 10 Punkte
HOCH 3

Die Figur zeigt einen Würfel der Kantenlänge a , einen kleinen Würfel der Kantenlänge b und sechs Quader, deren Kantenlängen a oder b betragen. Diese acht Körper lassen sich zu einem größeren Würfel zusammensetzen.

Zeichnet ein Schrägbild einer räumlichen Anordnung der acht Körper zu einem Würfel.



Gibt das Volumen jedes Körpers in Abhängigkeit von a und b an.

Drückt das Volumen des großen Würfels auf zwei verschiedene Arten mit Hilfe von a und b aus, und ihr erhaltet eine bemerkenswerte Gleichung.

Klasse 10

Aufgabe 11

5 Punkte

BEIM JUPITER!

„**Antreten in Viererreihen!**“ befiehlt der Zenturio seinen Männern. Die Legionäre gehorchen, aber die letzte Reihe ist unvollständig. Sie besteht nur aus drei Soldaten.

„**Antreten in Fünferreihen!**“ brüllt der Zenturio. Aber wieder stehen in der letzten Reihe nur drei Legionäre.

„**Na dann eben antreten in Siebenerreihen!**“ Doch erneut bleibt die letzte Reihe unvollständig. Wieder stehen in ihr nur drei Soldaten.



Wie viele Legionäre befehligt der Zenturio, wenn man davon ausgeht, dass es weniger als 200 sind? Begründet eure Antwort.

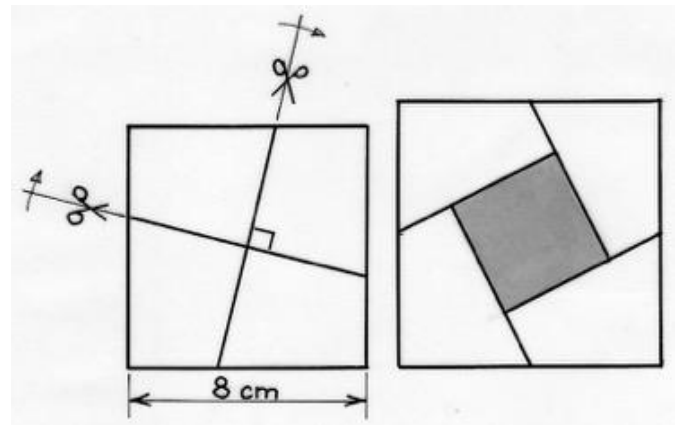
Schlagt dem Zenturio eine Rechtecksformation für die Aufstellung seiner Männer vor, bei der keine Reihe unvollständig bleibt.

Aufgabe 12

7 Punkte

ÖFFNUNG

Durch zwei zueinander orthogonale Geraden kann ein Quadrat in vier kongruente Teile zerlegt werden. Diese Teile lassen sich zu einem größeren Quadrat zusammenfügen, wobei in der Mitte ein leeres Quadrat entsteht.



Führt eine solche Zerlegung mit einem Quadrat der Seitenlänge 8 cm so durch, dass die fünf Teilflächen des größeren Quadrats denselben Flächeninhalt haben.

Klebt das große Quadrat auf das Antwortblatt.

Berechnet die Seitenlängen der vier kongruenten Teilfiguren exakt.

Aufgabe 13

10 Punkte

NOCHMAL 2023

Gegeben ist eine Folge von Zahlen.
Die erste Zahl ist 2 022.

Die zweite Zahl erhält man, indem man die Ziffern der ersten Zahl quadriert und diese Quadrate dann addiert:

$$2^2 + 0^2 + 2^2 + 2^2 = 12. \text{ Die zweite Zahl ist also 12.}$$

Mit der 12 verfährt man genauso und erhält als dritte Zahl 5.

Mit der 5 verfährt man genauso und erhält als vierte Zahl 25 und so weiter.

Berechnet die ersten zwanzig Zahlen der Folge.

Welches ist die 2023. Zahl in der Folge?

Begründet eure Antwort.

